Test de selecție a elevilor la clasele de pregătire la matematică
Clasa a IV-a
28 septembrie 2019

SUBIECTUL I

a) Află valoarea lui **a**, ştiind că este cu 41 mai mare decât rezultatul exerciţiului:

5 x [675 – 4 x (300- 10 x 23 + 59)] – 436 =

b) Miruna a scris toate numerele de la 1 la 99, pe 9 coloane, ca exemplul de mai jos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	...	...	...	...	...		

A observat că suma numerelor din pătratul marcat este 44, iar numărul din stânga sus este 6.

A marcat apoi un pătrat care conținea 4 numere a căror sumă este 248.

Care este numărul aflat în colțul din stânga sus al celui de-al doilea pătrat marcat de băiat?

SUBIECTUL II

a) Rareş ştie că jumătatea merilor din livada bunicilor, adunată cu sfertul prunilor este 50, iar merii împreună cu prunii sunt 140. Câți meri și câți pruni sunt în livadă?

b) Vrâncioaia a copt pâini pentru cei 7 feciori ai săi care plecau la luptă. Fiecare fecior a primit același număr de pâini, dar au rămas 5 pâini. Feciorul cel mai mic, cel mai bun la matematică dintre feciori, a observat că dacă Vrâncioaia ar mai fi făcut 16 pâini, atunci fiecare dintre feciori ar fi primit un număr dublu de pâini și nu ar mai fi rămas nici o pâine. Câte pâini a pregătit Vrâncioaia?

SUBIECTUL III

Suma a trei numere naturale este 72. Dacă micșorăm cu 1 jumătatea primului număr, cu 2 jumătatea celui de-al doilea număr și cu trei jumătatea celui de-al treilea număr, obținem trei numere naturale consecutive (în ordine crescătoare). Determină cele trei numere.

SUBIECTUL IV

Andrei și-a propus să termine o carte într-un anumit număr de zile, citind câte 21 de pagini pe zi.. Pentru că e o carte interesantă, el citește câte 30 de pagini pe zi și termină cartea cu 3 zile mai repede. Cât pagini are cartea și în câte zile a citit-o Andrei?

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru efectiv este de 120 min.
Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte

Test de selecție a elevilor la clasele de pregătire la matematică
Clasa a V-a
28 septembrie 2019

SUBIECTUL I

a) Determinați numerele $\overline{ab}$ care verifică relația:

$$68+\{4\cdot[30-18:(2a+b)]+117\}:5=113$$

b) Numărul 20 se scrie ca produs de o mie de numere naturale. Aflați care este cea mai mică valoare a sumei celor o mie de numere. Justificați!

SUBIECTUL II

a) La o fermă sunt găini și curcani, în total 630 de păsări. Aflați câți curcani și câte găini sunt, știind că diferența dintre numărul găinilor și cel al curcanilor este cât a treia parte din numărul curcanilor.

b) Un tractor a arat o suprafață în trei zile. În prima zi a arat cu 5 hectare mai puțin decât o treime din suprafață, a doua zi cu 15 hectare mai mult decât o treime din ce a rămas după prima zi, iar a treia zi a arat restul de 55 de hectare. Aflați câte hectare au fost arate în total.

SUBIECTUL III

a) Membrii grupei A a cercului de matematică rezolvă câte 7 probleme pe zi, iar cei ai grupei B câte 10 probleme pe zi. O echipă formată din 14 elevi din ambele grupe a rezolvat în 8 zile 1000 de probleme. Aflați câti elevi din grupa A și câți elevi din grupa B au fost în echipă.

b) Într-un șir de numere pare consecutive, suma dintre primul și ultimul termen este 204, iar suma ultimilor doi termeni este 398. Aflați câți termeni are șirul.

SUBIECTUL IV

a) Pe o tablă sunt scrise numerele 4, 0, 2 și 9. Ștergem de pe tablă oricare două numere și scriem în locul lor succesorii acestora. Este posibil ca după mai multe operații de acest fel să obținem patru numere egale? Justificați!

b) Se consideră numărul $a=3691215182124\ldots12031206$. Aflați câte cifre are numărul a.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru efectiv este de 120 min.
Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte

Test de selecție a elevilor la clasele de pregătire la matematică
Clasa a VI-a
28 septembrie 2019

SUBIECTUL I

Fiul, tatăl și bunicul au suma vârstelor egală cu 113 ani. Peste cinci ani, vârsta bunicului va fi de două ori mai mare decât vârsta tatălui, iar vârsta tatălui va fi de cinci ori mai mare decât vârsta fiului. Aflați ce vârstă au fiecare în prezent.

SUBIECTUL II

a) Determinați numerele naturale n pentru care
$n^2 - 8n + p = 0$, unde p este număr prim.

b) Să se arate că : $\frac{16}{3\cdot 11}+\frac{16}{11\cdot 19}+\frac{16}{19\cdot 27}+\cdots+\frac{16}{2003\cdot 2011}<\frac{2}{3}$

SUBIECTUL III

Se consideră numerele naturale nenule $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2009}$. Arătați că:

a) $(a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)$ este număr natural par;
b) Să se determine restul împărțirii la 5 a numărului $N = 4^{(a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)} - 1$

SUBIECTUL IV

Fie A, C, B, D patru puncte coliniare în această ordine. Dacă M este mijlocul lui $[AB]$, N este mijlocul lui $[CD]$, astfel încât punctele M și N sunt situate fie ambele în interiorul segmentului BC, fie ambele în exteriorul segmentului BC și $[CM] \equiv [NB]$, arătați că $[AC] \equiv [BD]$.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru efectiv este de 120 min.
Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte

BAREM DE EVALUARE
Clasa a IV-a

SUBIECTUL I

a) Află valoarea lui **a**, ştiind că este cu 41 mai mare decât rezultatul exerciţiului:

5 x [675 – 4 x (300- 10 x 23 + 59)] – 436

Rezolvare

5 x [675 – 4 x (300- 230 + 59)] – 436 =
5 x (675 – 4 x 129)– 436 =
5 x (675 – 516) – 436 =
5 x 159 – 436 =
795 – 436 = 359 2p
a = 359 + 41
a = 400 1p

b) Miruna a scris toate numerele de la 1 la 99, pe 9 coloane, ca exemplul de mai jos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	...	...	...	...	...		

A observat că suma numerelor din pătratul marcat este 44, iar numărul din stânga sus este 6.
A marcat apoi un pătrat care conţinea 4 numere a căror sumă este 248.
Care este numărul aflat în colţul din stânga sus al celui de-al doilea pătrat marcat de Miruna?

Rezolvare

Observăm că în fiecare pătrat avem două numere consecutive, iar diferența dintre numărul de sus și cel de jos este 9.

a a+1 1p
a+ 9 a + 10

1 + 9 + 10 = 20 0, 5p
248 – 20 = 228 0, 5p
4a = 228 0, 5
a = 228 : 4 0, 5
a = 57 1p

SUBIECTUL II

a) Rareș știe că jumătatea merilor din livada bunicilor, adunată cu sfertul prunilor este 50, iar merii împreună cu prunii sunt 140. Câți meri și câți pruni sunt în livadă?

Rezolvare:

Aflăm cât sunt împreună jumătate din numărul merilor și jumătate din numărul prunilor

140 : 2 = 70 1p

70 – 50 = 20 (un sfert din numărul prunilor) 1p

4 x 20 = 80 (numărul prunilor) 0, 5 p

140 – 80 = 60 (numărul merilor) 0, 5p

b) Vrâncioaia a copt pâini pentru cei 7 feciori ai săi care plecau la luptă. Fiecare fecior a primit același număr de pâini, dar au rămas 5 pâini. Feciorul cel mai mic, cel mai bun la matematică dintre feciori, a observat că dacă Vrâncioaia ar mai fi făcut 16 pâini, atunci fiecare dintre feciori ar fi primit un număr dublu de pâini și nu ar mai fi rămas nici o pâine. Câte pâini a pregătit Vrâncioaia?

Rezolvare

5 + 16 = 21 (pâini dacă ar primi dublu) 1p
21: 7 = 3 (pâini ar mai primi fiecare) 0, 5p
2 x 3 = 6 (pâini ar avea fiecare fecior) 0, 5 p
6 x 7 = 42 (pâini in total daca ar primi dublu) 1p
42 – 16 = 26 (pâini pregătite) 1p

SUBIECTUL III

Suma a trei numere naturale este 72. Dacă micșorăm cu 1 jumătatea primului număr, cu 2 jumătatea celui de-al doilea număr și cu trei jumătatea celui de-al treilea număr, obținem trei numere naturale consecutive (în ordine crescătoare). Determină cele trei numere.

Rezolvare

72 : 2 = 36 (suma jumătăților numerelor) 1p
a- 1
b-2 ——————— + 1 36 - (1 + 2 + 3) = 30 1p
c-3 ——————— + 2

- egalăm segmentele
30 – 3 = 27 1p
- un segment
- 27 : 3 = 9 1p
a = 9 + 1
a = 10 (jumătatea primului număr) 0, 5 p
10 x 2 = 20 (primul număr) 0, 5 p
b – 2 = 10
b = 12 (jumătatea celui de-al doilea număr) 0, 5 p
12 x 2 = 24 (al doilea număr) 0, 5p
c – 3 = 11
c = 14 0, 5p
14 2 = 28 (al treilea număr) 0, 5p

SUBIECTUL IV

Andrei și-a propus să termine o carte într-un anumit număr de zile, citind câte 21 de pagini pe zi.. Pentru că e o carte interesantă, el citește câte 30 de pagini pe zi și termină cartea cu 3 zile mai repede. Cât pagini are cartea și în câte zile a citit-o Andrei?

Rezolvare:

30 – 21 = 9 (pagini citește în plus în fiecare zi) 2p

3 x 21 = 63 (pagini ar fi avut de citit în cele 3 zile) 2p

63 : 9 = 7 (zile în care citește în avans cele 63 de pagini, adică 7 zile în care citește câte 30 de pagini / zi) 2p

7 x 30 = 210 (pagini are cartea) 1p

BAREM DE EVALUARE
Clasa a V-a

SUBIECTUL I

a) Determinați numerele $\overline{ab}$ care verifică relația:

$$68+\{4\cdot[30-18:(2a+b)]+117\}:5=113$$

b) Numărul 20 se scrie ca produs de o mie de numere naturale. Aflați care este cea mai mică valoare a sumei celor o mie de numere. Justificați!

SOLUȚIE:

a) $\{4\cdot[30-18:(2a+b)]+117\}:5=45$ **1p**

$30-18:(2a+b)=27$ **1p**

$18:(2a+b)=3\Rightarrow 2a+b=6,\ a\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases}b=0\\a=3\end{cases}$ *sau* $\begin{cases}b=2\\a=2\end{cases}$ *sau* $\begin{cases}b=4\\a=1\end{cases}$ **1p**

$\overline{ab}\in\{30,22,14\}$ **1p**

b) $20=4\cdot5\Rightarrow 998$ de numere sunt toate egale cu 1, deci suma cerută este $998+4+5=1007$ **1p**

$20=2\cdot2\cdot5\Rightarrow 997$ de numere sunt toate egale cu 1, deci suma este $997+2+2+5=1006$ **1p**

$20=2\cdot10\Rightarrow 998$ de numere sunt toate egale cu 1, deci suma cerută este $998+2+10=1010$

Concluzie: Cea mai mica valoare a sumei celor o mie de numere este 1006 **1p**

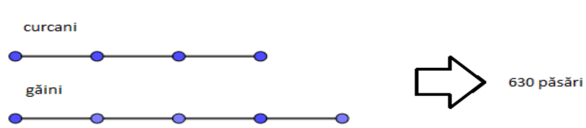
SUBIECTUL II

a) La o fermă sunt găini și curcani, în total 630 de păsări. Aflați câți curcani și câte găini sunt, știind că diferența dintre numărul găinilor și cel al curcanilor este cât a treia parte din numărul curcanilor.

b) Un tractor a arat o suprafață în trei zile. În prima zi a arat cu 5 hectare mai puțin decât o treime din suprafață, a doua zi cu 15 hectare mai mult decât o treime din ce a rămas după prima zi, iar a treia zi a arat restul de 55 de hectare. Aflați câte hectare au fost arate în total.

SOLUȚIE:

a)

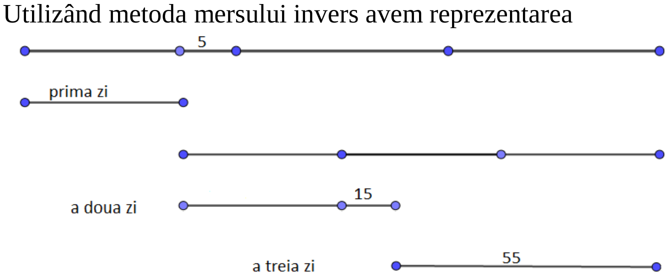


$630:7=90$ (o treime din numărul curcanilor) **1p**

$90\cdot3=270$ (curcani) **1p**

$90\cdot4=360$ (găini) **1p**

b) Utilizând metoda mersului invers avem reprezentarea



$55+15=70$ (două treimi din rest) **1p**

$70:2\cdot 3=105$ (restul după prima zi) **1p**

$(105-5):2=50$ (o treime din suprafața totală) **1p**

$50\cdot 3=150$ hectare au fost arate în total **1p**

SUBIECTUL III

a) Fiecare dintre membrii grupei A a cercului de matematică rezolvă câte 7 probleme pe zi, iar cei din grupa B câte 10 probleme pe zi. O echipă formată din 14 elevi din ambele grupe a rezolvat în 8 zile 1000 de probleme. Aflați câți elevi din grupa A și câți elevi din grupa B au fost în echipă.

b) Într-un șir de numere pare consecutive, suma dintre primul și ultimul termen este 204, iar suma ultimilor doi termeni este 398. Aflați câți termeni are șirul.

SOLUȚIE:

a) $1000:8=125$ probleme rezolvă zilnic întreaga echipă **1p**

$10\cdot 14-125=15$ probleme în plus dacă toți membrii echipei ar fi din grupa B **1p**

$15:(10-7)=5$ elevi din grupa A **1p**

$14-5=9$ elevi din grupa B **1p**

b)

Fie șirul numerelor consecutive $a, a+2, a+4, ..., b, b+2$ cu numerele a și b pare.

$b+b+2=398 \Rightarrow b=198 \Rightarrow$ șirul numerelor este $a, a+2, a+4, ..., 198, 200$ **1p**

$a+200=204 \Rightarrow a=4 \Rightarrow$ șirul numerelor este $4, 6, 8, ..., 198, 200$ **1p**

$\Rightarrow$ șirul are 99 de termeni **1p**

SUBIECTUL IV

a) Pe o tablă sunt scrise numerele 4, 0, 2 și 9. Ștergem de pe tablă oricare două numere și scriem în locul lor succesorii acestora. Este posibil ca după mai multe operații de acest fel să obținem patru numere egale? Justificați!

b) Se consideră numărul $a=3691215182124...120012031206$. Aflați câte cifre are numărul a.

SOLUȚIE:

a) Suma numerelor scrise initial pe tablă este $4+0+2+9=15$. La fiecare operație, suma numerelor de pe tablă crește cu 2 și astfel după n operații suma numerelor de pe tablă va fi egală cu $15+2\cdot n$, care este un număr impar. Dacă cele patru numere ar fi egale după n operații, ar trebui ca suma lor să fie un număr par ceea ce nu este posibil.

3p

b) Observăm că în scrierea numărului a sunt folosite toate numerele $3, 6, 9, 12, 15, 18, ..., 1200, 1203, 1206$.

Avem - 3 numere de câte o cifră $3, 6, 9 \Rightarrow 3$ cifre **1p**

- 30 de numere de două cifre $12, 15, ..., 99 \Rightarrow 30\cdot 2=60$ de cifre **1p**
- 300 de numere de trei cifre $102, 105, ..., 999 \Rightarrow 300\cdot 3=900$ de cifre **1p**
- 69 de numere de patru cifre $1002, 1005, ..., 1206 \Rightarrow 69\cdot 4=276$ de cifre

Numărul a are în total 1239 de cifre **1p**

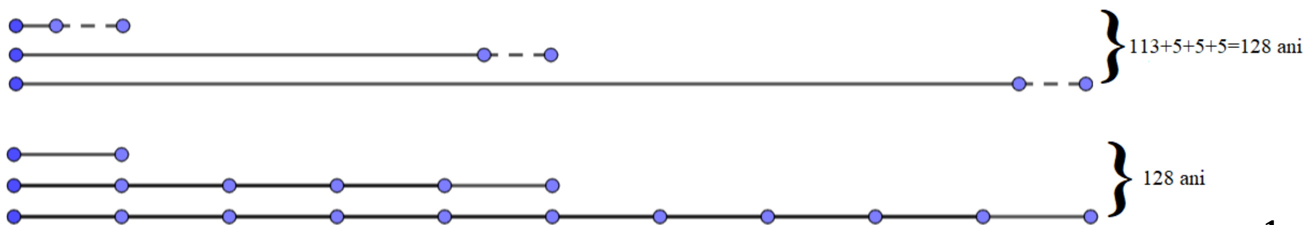
Barem de evaluare

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Fiul, tatăl și bunicul au suma vârstelor egală cu 113 ani. Peste cinci ani, vârsta bunicului va fi de două ori mai mare decât vârsta tatălui, iar vârsta tatălui va fi de cinci ori mai mare decât vârsta fiului. Aflați ce vârstă au fiecare în prezent.

Barem:



…..**1p**

$128 : 16 = 8\ ani$ va avea fiul peste 5 ani

$8 - 5 = 3$ ani are fiul în prezent ……………………………………………………………………**2p**

$8 \cdot 5 = 40\ ani$ va avea tatăl peste 5 ani

$40 - 5 = 35\ ani$ are tatăl în prezent ………………………………………………………………..**2p**

$40 \cdot 2 = 80$ ani va avea bunicul peste 5 ani

$80 - 5 = 75\ ani$ are bunicul în prezent ……………………………………………………………**2p**

SUBIECTUL II

c) Determinați numerele naturale n pentru care

$n^2 - 8n + p = 0$, unde p este număr prim.

d) Să se arate că : $\frac{16}{3 \cdot 11} + \frac{16}{11 \cdot 19} + \frac{16}{19 \cdot 27} + \cdots + \frac{16}{2003 \cdot 2011} < \frac{2}{3}$

Barem:

a) $p = 8n - n^2 \Leftrightarrow p = n(8 - n)$ ……………………………..……..……..…………**1p**

p – număr prim, deci avem cazurile: 1) $n = 1$ 2) $8 - n = 1$ ………………….. **1p**

Dacă $n = 1$, rezultă că $p = 7$, nr. prim. …………………………………..……………… **1p**

Dacă $n = 7$, rezultă că $p = 7$. Deci n poate fi 1 sau 7. ……………………………. **1p**

Observație: punctajul se acordă și în cazul în care copilul observă că pentru $n = 1$ nu putem calcula $1 - 8 + 7$.

b) $\frac{16}{3\cdot 11}+\frac{16}{11\cdot 19}+\frac{16}{19\cdot 27}+\cdots+\frac{16}{2003\cdot 2011}=2\left(\frac{8}{3\cdot 11}+\frac{8}{11\cdot 19}+\frac{8}{19\cdot 27}+\cdots+\frac{8}{2003\cdot 2011}\right)=$.......**1p**

$=2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{19}+\frac{1}{19}-\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{2003}-\frac{1}{2011}\right)=2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2011}\right)=$......................**1p**

$=2\cdot\frac{2008}{3\cdot 2011}<\frac{2}{3}\cdot 1=\frac{2}{3}$ **1p**

SUBIECTUL III

Se consideră numerele naturale nenule $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2009}$. Arătați că:

c) $(a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)$ este număr natural par;
d) Să se determine restul împărțirii la 5 a numărului $N=4^{(a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)}-1$

Barem:

a) Oricum alegem 2009 numere naturale, există cel puțin două care au aceeași paritate **2p**
Presupunem că a_1 și a_2 au aceeași paritate $\Rightarrow (a_1+a_2)$ par $\Rightarrow$ **1p**
$\Rightarrow (a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)$ este număr natural par **1p**
b) Din a) $\Rightarrow (a_1+a_2)(a_2+a_3)\ldots(a_{2009}+a_1)$ este număr natural par $\Rightarrow$
$u(4^{2k})=6$ **2p**
$\Rightarrow u(N)=6-1=5 \Rightarrow$ restul împărțirii la 5 a numărului N este egal cu 0. ....**1p**

SUBIECTUL IV

Fie A, C, B, D patru puncte coliniare în această ordine. Dacă M este mijlocul lui $[AB]$, N este mijlocul lui $[CD]$, astfel încât punctele M și N sunt situate fie ambele în interiorul segmentului BC, fie ambele în exteriorul segmentului BC și $[CM]\equiv[NB]$, arătați că $[AC]\equiv[BD]$.

Barem:

Notăm $CM=NB=x$ și $CB=y$. Atunci $MB=x+y$, deci $AM=x+y$ **2p**
$CN=y+x$, deci $ND=y+x$ **2p**
$AC=2x+y$ și $BD=2x+y$, deci $[AC]\equiv[BD]$. **3p**