

## TEST DE PROMOVARE ÎN CLASELE DE EXCELENȚĂ

Clasa a IV-a

29.09.2018

BAREM

### SUBIECTUL I

Aflați valoarea lui a:

a)  $(720 - 716) \times a : (9 + 9 : 9 \times 21) + 398 = 410$   
 $4 \times a : 30 + 398 = 410$   
 $4 \times a : 30 = 12$   
 $4 \times a = 360$   
 $a = 90$

4 puncte

b) Determinați numerele  $\overline{abcd}$  cu cifre diferite pentru care  
 $61 \times a + 16 \times b + \overline{cd} = 138$

Dacă  $a = 1$   
 $61 \times a = 61$ ;  $16 \times b + \overline{cd} = 77$ ;  
 $b = 2$ ;  $\overline{cd} = 77 - 32$ ;  $\overline{cd} = 45$   
 $\overline{abcd} = 1245$

1 punct

sau  
 $b = 3$ ;  $\overline{cd} = 77 - 48$ ;  $\overline{cd} = 25$   
 $\overline{abcd} = 1325$

1 punct

Dacă  $a = 2$   
 $61 \times 2 = 122$ ;  $16 \times b + \overline{cd} = 16$ ;  
 $b = 0$ ;  $\overline{cd} = 16$   
 $\overline{abcd} = 2016$

Dacă  $a = 3$   
 $61 \times a = 183$ ,  $183 > 138$  nu are soluții

1 punct

### SUBIECTUL II

Care este deîmpărțitul dacă suma dintre rest și împărțitor este 11, suma dintre cât și împărțitor este 12, iar suma dintre împărțitor, cât și rest este 15?

$$D : \hat{I} = C (+ R) \rightarrow D = \hat{I} \times C + R$$

$$R + \hat{I} = 11$$

$$C + \hat{I} = 12$$

$$C + \hat{I} + R = 15$$

$$R = 15 - 12 = 3$$

1 punct

$$\hat{I} = 11 - 3 = 8$$

1 punct

$$C = 12 - 8 = 4$$

1 punct

$$D = 8 \times 4 + 3$$

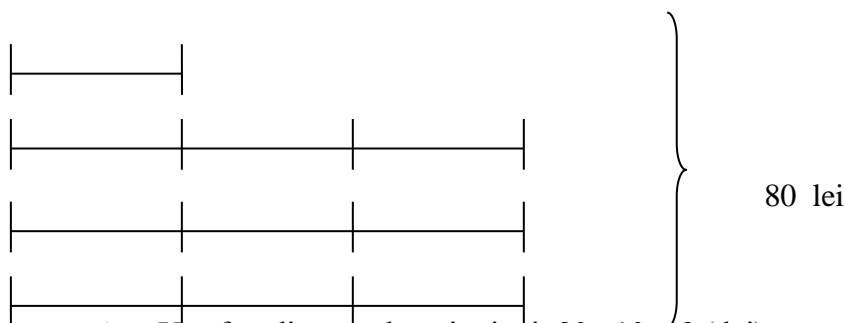
$$D = 35$$

4 puncte

### SUBIECTUL III

Un magazin de jucării are următoarea promoție: la fiecare 3 mingi cumpărate, pentru cea de-a patra se plătește doar o treime din preț. Ana a cumpărat 4 mingi și a plătit 80 de lei.

- Ce preț a plătit Dănuț, dacă a cumpărat 9 mingi în timpul promoției?
- Ce preț a plătit Cosmin dacă a cumpărat 54 mingi înaintea acestei promoții?
- Poate el pune cele 54 de mingi în 10 cutii astfel încât să fie cel puțin o minge în fiecare cutie și să nu fie două cutii cu același număr de mingi? Justifică răspunsul



a) - Un sfert din prețul unei mingi:  $80 : 10 = 8$  ( lei)

2 puncte

○ Prețul unei mingi  $8 \times 3 = 24$  ( lei)

1punct

○ Prețul a 9 mingi în timpul promoției  $80 \times 2 + 24 = 184$  ( lei)

1punct

b) Prețul a 54 de mingi înaintea promoției:  $24 \times 54 = 1\ 296$  ( lei)

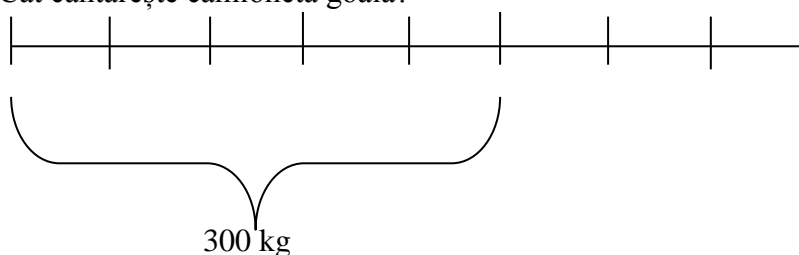
1punct

c) Nu se pot pune 54 de mingi astfel:  $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54$

2 puncte

### SUBIECTUL IV

O camionetă care transportă marfă la piață cântărește 4500 kg. La prima piață este descărcată jumătate din cantitatea de marfă, iar la cea de-a doua, un sfert din cantitatea rămasă. Ajungând la cea de-a treia piață, camioneta cu marfa rămasă este cântărită din nou și are 4200 kg. Cât cântărește camioneta goală?



- Cantitatea de marfă luată:  $4500 \text{ kg} - 4200 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$  1 punct
- O optime din cantitatea de marfă:  $300 \text{ kg} : 5 = 60 \text{ kg}$  3 puncte
- Cât cântărește toată marfa:  $60 \text{ kg} \times 8 = 480 \text{ kg}$  2 puncte
- Cât cântărește camionul:  $4500 \text{ kg} - 480 \text{ kg} = 4020 \text{ kg}$  1 punct

## TEST DE PROMOVARE ÎN CLASELE DE EXCELENȚĂ

**Clasa a V-a**

**29.09.2018**

**BAREM**

### **SUBIECTUL I**

**a)** Determinați numărul natural  $a$  din egalitatea:

$$315 : 7 + 9 - \left\{ 4 + \left[ 22 - 5 \times (204 : 2 - 2 \times a) + 16 \right] : 4 \right\} = 43$$

**b)** Se consideră șirul următor : 2011, 2022, 2033, 2044, 2055,.....

Numărul 24209 este termen al acestui șir ? Justificați răspunsul !

### **SOLUȚIE**

**a)**  $4 + \left[ 22 - 5 \times (204 : 2 - 2 \times a) + 16 \right] : 4 = 11$  *(1p)*

$22 - 5 \times (204 : 2 - 2 \times a) + 16 = 28$  *(1p)*

$204 : 2 - 2 \times a = 2$  *(1p)*

$a = 50$  *(1p)*

**b)**  $24209 - 2011 = 22198$  *(1p)*

$22198 : 11 = 2018$  *(1p)*

24209 este termen al șirului *(1p)*

### **SUBIECTUL II**

**a)** Diana are cu 80 de lei mai mult decât Sofia. Dacă fiecare ar mai avea câte 10 lei, atunci Diana ar avea de cinci ori mai mulți bani decât ar avea Sofia. Câți lei are fiecare ?

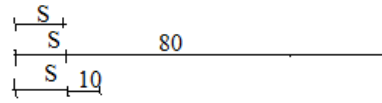
**b)** 3 stilouri costă cât 5 pixuri, 4 pixuri costă cât 11 creioane și 5 creioane costă cât 24 de radiere. Aflați câte radiere se pot cumpăra cu banii de pe două stilouri.

**SOLUȚIE :**

a)

Reprezentarea grafică

(1p)

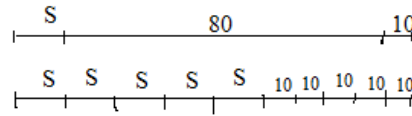


$$5 \times S + 50 = S + 80 + 10$$

(1p)

$$S = 10 \text{ (1p)}$$

$$D = 90 \text{ (1p)}$$



b)

5 creioane.....24 radiere  $\Rightarrow$  55 creioane .....264 radiere (1p)

4 pixuri.....11 creioane  $\Rightarrow$  20 pixuri .....55 creioane (1p)

3 stilouri.....5 pixuri  $\Rightarrow$  12 stilouri .....20 pixuri

$\Rightarrow$  12 stilouri .....264 radiere  $\Rightarrow$  2 stilouri .....44 radiere (1p)

**SUBIECTUL III**

a) ) Câți saci s-au transportat și de câte camioane a fost nevoie știind că, dacă în fiecare camion se încarcă 45 de saci, ar rămâne 7 camioane goale și 36 de saci netransportați, iar dacă în fiecare camion s-ar încărca 40 de saci ar fi rămas 446 de saci netransportați.

b) Determinați numărul natural de forma  $\overline{abcdef}$ , știind că  $\overline{def} : \overline{abc} = 6$ , rest 72 și  $6768 : (\overline{def} - \overline{abc}) - 3 \times 2 + 0 : 5 = 3$

**SOLUȚIE :**

a) C – camion, s - sac

$$C C C C \dots\dots\dots C C C C C C C + 36 \text{ saci (rămăși în afara)} \quad (0,5p)$$

$$45s \ 45s \ 45s \ 45s \dots\dots\dots 7 \ C \ \text{goale}$$

$$C C C C \dots\dots\dots C C C C C C C + 446 \text{ saci} \quad (0,5p)$$

$$40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s \ 40s$$

$$45-40=5 \text{ (saci se iau din fiecare camion)} \quad (0,5p)$$

$$7 \times 40 = 280 \text{ (saci necesari pentru incarcarea celor 7 camioane goale)}$$

$$280 + (446-36) = 280 + 410 = 690 \text{ (saci proveniti din camioanele incarcate cu 45 saci)} \quad (0,5p)$$

$$690:5=138 \text{ (camioane incarcate cu cate 45saci)} \quad (0,5p)$$

$$138+7=145 \text{ (camioane in total)} \quad (0,5p)$$

$$145 \times 40 + 446 = 5800 + 446 = 6246 \quad (1p)$$

b)

$$\overline{def} = 6 \times \overline{abc} + 72 \quad (1p)$$



$$\overline{def} - \overline{abc} = 752 \Rightarrow 5 \times \overline{abc} + 72 = 752 \quad (1p)$$

$$\Rightarrow \overline{abc} = 136 \Rightarrow \overline{def} = 888 \Rightarrow \overline{abcdef} = 136888 \quad (1p)$$

#### SUBIECTUL IV

Se dau șapte numere naturale diferite între ele. Dacă adunăm diferențele dintre cel mai mare și fiecare dintre celelalte numere, obținem suma 21. Aflați cele șapte numere știind că ele au suma egală cu 119.

#### SOLUȚIE :

$a, b, c, d, e, f, g$  cele șapte numere,  $a$  cel mai mare număr

$$(a-b) + (a-c) + (a-d) + (a-e) + (a-f) + (a-g) = 21 \quad (1p)$$

$$6 \times a = b + c + d + e + f + g + 21 \quad (2p)$$

$$7 \times a = a + b + c + d + e + f + g + 21 \Rightarrow a = 20 \quad (2p)$$

$(20-b) + (20-c) + (20-d) + (20-e) + (20-f) + (20-g) = 21$  și cum cele șase numere sunt diferite  $\Rightarrow$  numerele sunt 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. (2p)

### **BAREM TEST DE PROMOVARE ÎN CLASELE DE EXCELENȚĂ**

**Clasa a VI-a**

**29.09.2018**

#### SUBIECTUL I

Spunem că un număr de forma  $\overline{0,abcde}$  are proprietatea  $P$ , dacă cifrele  $a, b, c, d, e$  sunt 4 sau 6.

- Arătați că numărul  $x$  din egalitatea  $x + 0,46646 = 1,1111$  are proprietatea  $P$ .
- Câte numere diferite de forma  $\overline{0,abcde}$  au proprietatea  $P$ .
- Arătați că, din oricare 17 numere diferite de forma  $\overline{0,abcde}$  care au proprietatea  $P$ , se pot alege două a căror sumă să fie 1,1111.

#### **BAREM:**

a)  $x + 0,46646 = 1,1111 \Rightarrow x = 1,1111 - 0,46646 \Rightarrow x = 0,64464$  .....1p

b) Fiecare cifră poate fi aleasă în două moduri, deci avem:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ numere} \dots\dots\dots 2p$$

c) Conform punctelor a) și b) numerele de forma  $\overline{0,abcde}$  se pot grupa în 16 perechi  $(x, y)$  cu suma 1,1111 .....2p

Alegând 17 numere din cele 32, conform principiului cutiei, printre cele 17 vor exista cel puțin două cu suma 1,1111 (pentru că  $17 = 16 \cdot 1 + 1$ ). .....2p

#### SUBIECTUL II

Se consideră numerele  $A = 3^{n+2} - 2^{n+1}$ ,  $B = 2^{n+2} + 3^{n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .



- a) Pentru  $n \in \{1, 2\}$ , calculați  $A - B$ .
- b) Arătați că oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ ,  $A \geq B$ . Determinați valorile numărului natural  $n$  pentru care  $A = B$ .

**BAREM:**

- a)  $n = 1 \Rightarrow A - B = 6$   
 $n = 2 \Rightarrow A - B = 30$ .....**3p**
- b)  $A \geq B \Leftrightarrow A - B \geq 0 \Leftrightarrow 3^{n+2} - 3^{n+1} - 2^{n+1} - 2^{n+2} \geq 0$  .....**2p**  
 $3^{n+1}(3 - 1) - 2^{n+1}(2 + 1) \geq 0 \Leftrightarrow 6(3^n - 2^n) \geq 0$  (A).....**2p**

**SUBIECTUL III**

Doamna profesoară de matematică de la clasa a VI-a a cumpărat pentru elevii ei de 4 ori mai multe liniare decât creioane. După ce a dat fiecăruia câte 2 creioane și 5 liniare, rămâne cu 3 creioane și 66 de liniare. Aflați câți elevi sunt în clasă și câte creioane și liniare a cumpărat doamna profesoară.

**BAREM:**

Completăm seturile de  $2c$  și  $5l$  cu  $3l$  pentru ca numărul de liniare să fie de patru ori cât numărul creioanelor:

$$\left. \begin{array}{l} c, c, l, l, l, l, l + 3l \\ c, c, l, l, l, l, l + 3l \\ \dots \dots \dots \\ c, c, l, l, l, l, l + 3l \\ c, c \quad \quad + 8l \\ c \quad \quad \quad + 4l \\ 66l \end{array} \right\} \Rightarrow [66 - (8 + 4)]: 3 = 18 \text{ seturi} \dots\dots\dots**3p**$$

- $\Rightarrow$  18 elevi .....**1p**  
 Număr creioane:  $2 \cdot 18 + 3 = 39$  .....**2p**  
 Număr liniare:  $5 \cdot 18 + 66 = 156$  .....**1p**

**SUBIECTUL IV**

Pe o dreaptă se iau, în această ordine, punctele  $A_1, A_2, \dots, A_{20}$  astfel încât:

$A_1A_2 = 6 \text{ cm}, A_2A_3 = 12 \text{ cm}, A_3A_4 = 18 \text{ cm}, \dots$

- a) Calculați lungimea segmentului  $[A_1A_{20}]$ .
- b) Determină  $n$  număr natural nenul pentru care  $M \in [A_nA_{n+1}]$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $[A_1A_{20}]$ .

**BAREM:**

- a)  $A_1A_{20} = 6 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 19) = 1140 \text{ cm}$  .....3p  
 b)  $A_1M = 1140 : 2 = 570 \text{ cm}$  .....1p  
 Cel mai mare număr natural  $x$  pentru care  
 $6 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + x) < 570 \Rightarrow x \cdot (x + 1) < 190$  .....1p  
 Observăm că  $13 \cdot 14 = 182$  și  $14 \cdot 15 = 210 \Rightarrow x = 13$  .....1p  
 $\Rightarrow M \in [A_{14}A_{15}]$ ,  $n = 14$  .....1p

**BAREM TEST DE PROMOVARE ÎN CLASELE DE EXCELENȚĂ**

**Clasa a VII-a**

**29.09.2018**

**Barem**

**SUBIECTUL I**

Calculați  $X$  din egalitatea:

$$X \cdot 2^{2017} = (2^{2018} - 1) : \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2017}}\right)$$

**Barem:**

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2017}}\right) = \frac{2^{2018} - 1}{2^{2017}} \dots \dots \dots 4p$$

$$X \cdot 2^{2017} = (2^{2018} - 1) \cdot \frac{2^{2017}}{2^{2018} - 1} \dots \dots \dots 2p$$

Soluție,  $X=1$  .....1p

**SUBIECTUL II**

Determinați numărul prim  $p$  și numărul natural  $q$  astfel încât

$$p^2 + 5^p + 31 = 3181^q.$$

**Barem:**

$$p^2 + 5^p = 3181^q - 31 \dots \dots \dots 1p$$

Ultima cifră a lui  $3181^q - 31$  este 0, deci membrul drept e divizibil cu 5 .....2p

$p$  este număr prim, deci este nenul  $\Rightarrow 5^p$  este divizibil cu 5 .....1p

$$\Rightarrow p^2 : 5, p - \text{prim} \Rightarrow p = 5 \dots \dots \dots 1p$$

$$5^2 + 5^5 + 31 = 3181^q \Rightarrow q = 1 \dots \dots \dots 2p$$

**SUBIECTUL III**

Triunghiul ABC este echilateral,  $M \in (AB)$ ,  $N \in (AC)$  astfel încât  $AB=3 \cdot BM$ , iar  $AC=3 \cdot AN$ ,  $\{Q\}=BN \cap CM$ .

- Dacă  $T \in (AC)$  astfel încât  $CT=AN$ , arătați că  $MT \parallel BC$ .
- Demonstrați că  $MN \perp AC$ .
- Calculați măsura unghiului  $BQC$ .

**Barem:**

a) Notăm  $BM=x$ . Avem  $AM=2x$ ,  $AN=CT=x$ ,  $NC=2x$ .

Triunghiul  $AMT$  este echilateral, deci  $m(\sphericalangle AMT)=60^\circ \dots\dots\dots 1p$

Dar  $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ$ , unghiurile  $AMT$  și  $ABC$  sunt corespondente, din teorema de paralelism, avem  $MT \parallel BC \dots\dots\dots 1p$

b)  $AN=x$ ,  $AT=2x$ , deci  $N$  este mijlocul  $(AT)$  și deci  $MN$  este mediană în triunghiul  $AMT \dots\dots\dots 1p$   
 Conform a), avem triunghiul  $AMT$  este echilateral, deci  $MN$  este și înălțime, deci  $MN \perp AC \dots\dots\dots 1p$

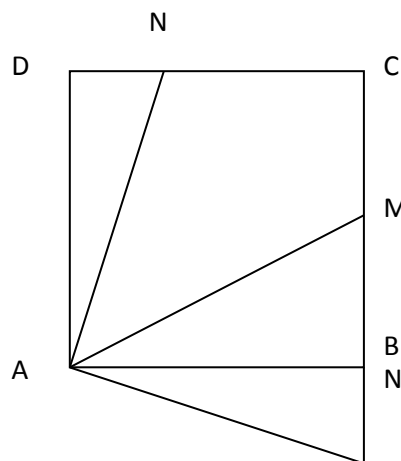
c)  $\triangle ABN$  și  $\triangle BCM$  sunt congruente (LUL), deci  $\sphericalangle ABN \equiv \sphericalangle BCM \dots\dots\dots 1p$

Notăm  $m(\sphericalangle ABN)=u^\circ$   
 $m(\sphericalangle BQC)=180^\circ - (m(\sphericalangle QBC) + m(\sphericalangle BCQ)) =$   
 $=180^\circ - (60^\circ - u^\circ + u^\circ) = 120^\circ \dots\dots\dots 2p$

**SUBIECTUL IV**

Se consideră pătratul  $ABCD$ . Pe laturile  $[BC]$  și  $[CD]$  se iau respectiv punctele  $M$  și  $N$  astfel încât  $MB + ND = AM$ . Să se arate că  $(AN)$  este bisectoarea unghiului  $MAD$ .

**Barem:**



Considerăm  $N'$  pe prelungirea lui  $CB$  astfel încât  $BN' = DN$ . Din ipoteză rezultă  $MA = MN'$  iar din construcție,  $\triangle DAN \equiv \triangle BAN'$ . Deci,  $\sphericalangle DAN \equiv \sphericalangle BAN'$ , a căror măsură o notăm cu  $\alpha$ . Măsura unghiului  $BAM$  o notăm cu  $\beta$ .





$MA = MN' \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow 2\alpha + \beta = 90^\circ$ . Dar  $\beta + m(\sphericalangle DAM) = 90^\circ$ , prin urmare  $m(\sphericalangle DAM) = 2\alpha$ , ceea ce înseamnă că  $(AN)$  este bisectoarea unghiului  $MAD$ .